

# 基于最小模糊误差熵的机动目标跟踪新方法

陈咏茵<sup>1,2</sup>, 刘全仲<sup>3</sup>, 李良群<sup>1,2</sup>, 康莉<sup>1,2</sup>

(1. 深圳大学电子与信息工程学院, 广东深圳 518060; 2. 深圳大学广东省智能信息处理重点实验室, 广东深圳 518060;  
3. 中国长城科技集团有限公司, 广东深圳 518057)

**摘要:** 为了提高不同噪声影响下机动目标跟踪的性能, 提出了一种基于最小模糊误差熵无迹滤波(Minimum Fuzzy Error Entropy Unscented Filter, MFEE-UF)机动目标跟踪新方法. 在提出方法中, 通过引入模糊隶属度表示不同误差样本对估计结果的不同影响, 构建最小模糊误差熵准则(Minimum Fuzzy Error Entropy Criterion, MFEEC), 解决了普通误差熵中的权重单一化问题, 并利用该准则优化无迹滤波; 在推导 MFEE-UF 过程中, 首先利用无迹变换(Unscented Transformation, UT)框架得到先验状态估计和先验协方差估计, 并通过系统重建得到误差信息, 再根据 MFEEC 构建目标函数, 最后利用定点迭代法递归求得后验状态估计结果和后验协方差估计. 此外, 本文采用一种自适应的核宽设置方法. 实验结果表明, 该算法能够具有良好的目标跟踪效果, 且表现出较强的稳定性.

**关键词:** 模糊误差熵; 无迹滤波; 自适应核宽; 状态估计; 目标跟踪

**基金项目:** 国家自然科学基金(No.62171287, No.81960312)

**中图分类号:** TN820.4

**文献标识码:** A

**文章编号:** 0372-2112(2023)09-2408-11

**电子学报 URL:** <http://www.ejournal.org.cn>

**DOI:** 10.12263/DZXB.20211693

## A New Method of Maneuvering Target Tracking Based on Minimum Fuzzy Error Entropy

CHEN Yong-yin<sup>1,2</sup>, LIU Quan-zhong<sup>3</sup>, LI Liang-qun<sup>1,2</sup>, KANG Li<sup>1,2</sup>

(1. College of Electronics and Information Engineering, Shenzhen University, Shenzhen, Guangdong 518060, China;  
2. Guangdong Key Laboratory of Intelligent Information Processing, Shenzhen University, Shenzhen, Guangdong 518060, China;  
3. China Greatwall Technology Group Co., Ltd, Shenzhen, Guangdong 518057, China)

**Abstract:** In order to improve the accuracy of target tracking results in nonlinear systems under different kinds of noise, minimum fuzzy error entropy unscented filter (MFEE-UF) is proposed in this paper. In this proposed method, the fuzzy membership is introduced to represent the different effects of different error samples on the estimation results, solving the problem of same weight in common error entropy. And then the minimum fuzzy error entropy criterion (MFEEC) is constructed and used to optimize the unscented filtering, deriving MFEE-UF. In this proposed algorithm, the unscented transformation (UT) framework is used to obtain a priori state estimation and a priori covariance estimation, and error information is obtained by system reconstruction. Then the objective function is constructed based on MFEEC, and finally the posterior state estimation and the posterior covariance estimation is solved by using fixed-point iteration method. In addition, kernel width is set adaptively. Simulations show that the proposed algorithm has strong stability, and can track a target more accurately.

**Key words:** fuzzy error entropy; unscented filtering; adaptive kernel width; state estimation; target tracking

**Foundation Item(s):** National Natural Science Foundation of China (No.62171287, No.81960312)

### 1 引言

状态估计问题多年来备受关注,它在精确制导、目标跟踪、航空导航等领域都发挥着重要作用<sup>[1-3]</sup>. 对于高斯分布下线性系统,卡尔曼滤波(Kalman Filter, KF)是经典的方法<sup>[4]</sup>. 但是对于非线性系统, KF 存在容易发

散的风险,对此,扩展卡尔曼滤波(Extended Kalman Filter, EKF)、无迹卡尔曼滤波(Unscented Kalman Filter, UKF)等非线性滤波方法相继被提出. 扩展卡尔曼滤波<sup>[5,6]</sup>通过泰勒展开式将非线性问题线性化,在此基础上使用卡尔曼滤波进行估计. 扩展卡尔曼滤波适用于

非线性程度较弱的情况,但是在非线性化程度较强时,简单的线性化估计会带来较大误差.为了进一步改善这个问题,无迹卡尔曼滤波被提出,它通过无迹变换选取 sigma 点来近似状态概率分布,并以非线性方式传播.无迹滤波减小了估计误差的同时避免雅可比矩阵的计算,表现远超过扩展卡尔曼滤波<sup>[7,8]</sup>.

值得注意的是,上述滤波方法均由最小均方误差准则推导而来,利用信息的二阶统计量能够在高斯噪声下取得良好效果,但是现实情况面对的噪声往往更加复杂.近年来,针对脉冲非高斯噪声下的状态估计问题,一些用于改进滤波器的方法被提出,比如来源于抗差估计理论的基于 Huber 的广义最大似然方法<sup>[9]</sup>和来源于信息理论学习的最大交叉熵准则(Maximum Correntropy Criterion, MCC)<sup>[10]</sup>,它们利用更高阶的信息统计量改善脉冲非高斯噪声下的状态估计结果,其中,文献[11]提出了最大交叉熵无迹滤波(Maximum Correntropy Unscented Filter, MCEF),与基于 MCC 的滤波器相比表现更优.但是面对更复杂的非高斯噪声情况,MCC 表现有所下降.为此,基于信息理论学习的另一个重要准则——最小误差熵准则(Minimum Error Entropy Criterion, MEEC)被引入,它通过减小预测输出与期望输出之间的差异不确定性,可以减小非高斯噪声下状态估计的误差,增强滤波方法的稳定性<sup>[12,13]</sup>.近年来,最小误差熵卡尔曼滤波(Minimum Error Entropy Kalman Filter, MEEKF)、最小误差熵扩展卡尔曼滤波(Minimum Error Entropy Extended Kalman Filter, MEEKF)<sup>[14]</sup>和最小误差熵无迹滤波(Minimum Error Entropy Unscented Filter, MEEUF)<sup>[15]</sup>相继被提出,在许多不同的复杂非高斯噪声状况下表现均优于基于 MCC 的滤波方法.

然而,在上述使用的普通误差熵中,并没有考虑到不同误差样本对状态估计结果不同的影响,为此需要通过模糊数学来研究不同样本对于状态结果影响的不确定性.模糊数学可以处理系统的随机性和系统概念扩展带来的不确定性<sup>[16]</sup>,近年来广泛地应用到目标跟踪与滤波中.文献[17]基于模糊逻辑推理改进了区间卡尔曼滤波,提出了模糊卡尔曼滤波方法.文献[18]结合模糊聚类与高斯粒子滤波提出一种新的模糊粒子滤波多目标跟踪方法.文献[19]将模糊隶属度引入到交叉熵的权重计算中,提出最大模糊交叉熵卡尔曼滤波(Maximum Fuzzy Correntropy Kalman Filter, MFC-KF),提高了卡尔曼滤波在脉冲非高斯噪声状态下的鲁棒性.

为此,针对最小误差熵滤波方法的不足,本文提出最小模糊误差熵滤波方法用于机动目标跟踪.首先,引入源于模糊数学的模糊隶属度来表示不同误差样本对状态估计的不同影响,在此基础上构建 MFEEC,然后根据该准则推导出 MFEE-UF,改善在复杂非高斯噪声情

况下状态估计结果的准确性和鲁棒性.另外,本文采用一种自适应方法调整核宽,以提高滤波方法的准确性.

## 2 最小模糊误差熵无迹滤波

### 2.1 模糊误差熵

瑞丽熵来源于信息理论学习,通常用于衡量随机变量的差异性、随机性和不确定性<sup>[20]</sup>.对于误差  $e = X - Y$ ,  $X, Y$  为连续随机变量,误差熵可以通过瑞利熵衡量如下:

$$H_{\alpha}(e) = \frac{1}{1-\alpha} \log V_{\alpha}(e) \quad (1)$$

其中,  $\alpha$  表示瑞丽熵的阶数,  $\alpha \neq 1, \alpha > 0$ ,  $V_{\alpha}(e)$  表示信息势能,定义如下:

$$V_{\alpha}(e) = \int p^{\alpha}(x) dx = E[p^{\alpha-1}(e)] \quad (2)$$

$p(\cdot)$  是误差  $e$  的概率密度函数,  $E[\cdot]$  表示期望.在实际中,  $p(x)$  可通过 parzen 窗估计法进行估计:

$$\hat{p}(x) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N G_{\sigma}(x - e_i) \quad (3)$$

其中,  $G_{\sigma}(x) = \exp(-x^2/(2\sigma^2))$  是核宽为  $\sigma$  的高斯核函数,  $\{e_i\}_{i=1}^N$  是  $N$  个误差样本.令  $\alpha = 2$ , 结合式(2)、(3)可以得到二阶信息势能如式(4):

$$\begin{aligned} V_2(e) &= \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \hat{p}(e_i) \\ &= \frac{1}{N^2} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N G_{\sigma}(e_i - e_j) \end{aligned} \quad (4)$$

可以从上式看到,所有  $\hat{p}(e_i)$  都具有相同的权值  $1/N$ ,而在实际情况中,不同的误差  $e$  对状态估计结果应该具有不同的影响,换言之,在上式中,不同的  $\hat{p}(e_i)$  应该具有不同的权值.基于此,本文引入模糊隶属度构建 MFEEC,定义二阶模糊信息势能如下<sup>[21]</sup>:

$$\begin{aligned} \hat{V}_2(e) &= \sum_{i=1}^N \mu_i^l \hat{p}(e_i) \\ &= \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \mu_i^l \sum_{j=1}^N G_{\sigma}(e_i - e_j) \end{aligned} \quad (5)$$

其中,  $l$  表示模糊加权指数,  $\mu_i$  表示不同的误差  $e$  之间的模糊关系,并满足如下约束:

$$\sum_{i=1}^N \mu_i = 1, \mu_i \in [0, 1] \quad (6)$$

MFEEC 就是通过最小化误差的信息熵来达到减小状态估计误差的效果,结合式(1)、(5)可以看出,通过最大化信息势能  $\hat{V}_2(e)$  就可以最小化二阶模糊误差熵  $\hat{H}_2(e)$ .另外,当  $l=0$  时,模糊误差熵就会退化为普通误差熵.

### 2.2 最小模糊误差熵无迹滤波推导

#### 2.2.1 无迹变换

考虑一个非线性系统,其状态方程和观测方程分

别如下:

$$\mathbf{x}(k)=f(k-1, \mathbf{x}(k-1))+\mathbf{q}(k-1) \quad (7)$$

$$\mathbf{y}(k)=h(k, \mathbf{x}(k))+\mathbf{r}(k) \quad (8)$$

其中,  $\mathbf{x}(k) \in \mathbb{R}^n$  是  $n$  维状态向量,  $\mathbf{y}(k) \in \mathbb{R}^m$  是  $m$  维观测向量,  $f$  是非线性系统函数,  $h$  是非线性观测函数.  $\mathbf{q}(k-1)$  和  $\mathbf{r}(k)$  分别表示过程噪声和观测噪声, 它们的协方差如式(9):

$$E[\mathbf{q}(k-1)\mathbf{q}^T(k-1)]=\mathbf{Q}(k-1) \quad (9)$$

$$E[\mathbf{r}(k)\mathbf{r}^T(k)]=\mathbf{R}(k)$$

### 2.2.1.1 时间更新

从  $k-1$  时刻的状态和协方差中生成  $2n+1$  个 sigma 点集:

$$\chi^0(k-1|k-1)=\hat{\mathbf{x}}(k-1|k-1)$$

$$\chi^i(k-1|k-1)=\hat{\mathbf{x}}(k-1|k-1)+\left(\sqrt{(n+\lambda)\mathbf{P}(k|k-1)}\right)_i,$$

$$\text{for } i=1, \dots, n$$

$$\chi^i(k-1|k-1)=\hat{\mathbf{x}}(k-1|k-1)-\left(\sqrt{(n+\lambda)\mathbf{P}(k|k-1)}\right)_{i-n},$$

$$\text{for } i=n+1, \dots, 2n$$

(10)

其中,  $\left(\sqrt{(n+\lambda)\mathbf{P}(k|k-1)}\right)_i$  是  $(n+\lambda)\mathbf{P}(k-1|k-1)$  第  $i$  行的开平方根,  $\mathbf{P}(k-1|k-1)$  是  $k-1$  时刻的协方差,  $n$  是系统状态维数,  $\lambda$  为比例因子, 由下式计算而来:

$$\lambda=\alpha^2(n+\phi)-n \quad (11)$$

其中,  $\alpha$  表示 sigma 点的分布状态, 通常令  $0 \leq \alpha \leq 1$ , 当状态为多变量时, 一般令  $\phi=3-n$ .

接着通过状态函数转换点集:

$$\chi^{i*}(k|k-1)=f(k-1, \chi^i(k-1|k-1)), \text{ for } i=0, \dots, 2n \quad (12)$$

状态和协方差的先验估计为:

$$\hat{\mathbf{x}}(k|k-1)=\sum_{i=0}^{2n}\omega_m^i\chi^{i*}(k|k-1) \quad (13)$$

$$\mathbf{P}_{xx}(k|k-1)=\sum_{i=0}^{2n}\omega_c^i\begin{bmatrix} \chi^{i*}(k|k-1) \\ -\hat{\mathbf{x}}(k|k-1) \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \chi^{i*}(k|k-1) \\ -\hat{\mathbf{x}}(k|k-1) \end{bmatrix}^T+\mathbf{Q}(k-1) \quad (14)$$

其中:

$$\omega_m^0=\frac{\lambda}{(n+\lambda)}$$

$$\omega_c^0=\frac{\lambda}{(n+\lambda)}+(1-\alpha^2+\beta) \quad (15)$$

$$\omega_m^i=\omega_c^i=\frac{1}{2(n+\lambda)}, \text{ for } i=1, \dots, 2n$$

### 2.2.1.2 观测更新

从状态和协方差的先验估计中生成  $2n+1$  个 sigma 点集:

$$\chi^0(k|k-1)=\hat{\mathbf{x}}(k|k-1)$$

$$\chi^i(k|k-1)=\hat{\mathbf{x}}(k|k-1)+\left(\sqrt{(n+\lambda)\mathbf{P}(k|k-1)}\right)_i,$$

$$\text{for } i=1, \dots, n$$

(16)

$$\chi^i(k|k-1)=\hat{\mathbf{x}}(k-1|k-1)-\left(\sqrt{(n+\lambda)\mathbf{P}(k|k-1)}\right)_{i-n},$$

$$\text{for } i=n+1, \dots, 2n$$

通过观测函数转换点集:

$$\gamma^i(k)=h(k, \chi^i(k|k-1)), \text{ for } i=0, \dots, 2n \quad (17)$$

观测的先验估计为:

$$\hat{\mathbf{y}}(k)=\sum_{i=0}^{2n}\omega_m^i\gamma^i(k) \quad (18)$$

并有协方差如下:

$$\mathbf{P}_{yy}(k)=\sum_{i=0}^{2n}\omega_c^i[\chi^{i*}(k|k-1)-\hat{\mathbf{x}}(k|k-1)]\times[\gamma^i(k)-\hat{\mathbf{y}}(k)]^T$$

$$\mathbf{P}_{yy}(k)=\sum_{i=0}^{2n}\omega_c^i[\gamma^i(k)-\hat{\mathbf{y}}(k)][\gamma^i(k)-\hat{\mathbf{y}}(k)]^T+\mathbf{R}(k) \quad (19)$$

### 2.2.2 系统重建

定义观测转移矩阵如下:

$$\mathbf{H}(k)=(\mathbf{P}^{-1}(k|k-1)\mathbf{P}_{yy}(k))^{-1} \quad (20)$$

可以将观测方程近似为:

$$\mathbf{y}(k)\approx\hat{\mathbf{y}}(k)+\mathbf{H}(k)(\mathbf{x}(k)-\hat{\mathbf{x}}(k|k-1))+\mathbf{r}(k) \quad (21)$$

其中,  $\mathbf{r}(k)$  是线性化误差, 根据式(21)构建线性回归方程如下:

$$\begin{bmatrix} \hat{\mathbf{x}}(k|k-1) \\ \mathbf{y}(k)-\hat{\mathbf{y}}(k)+\mathbf{H}(k)\hat{\mathbf{x}}(k|k-1) \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} \mathbf{I} \\ \mathbf{H}(k) \end{bmatrix}\mathbf{x}(k)+\boldsymbol{\xi}(k) \quad (22)$$

其中  $\mathbf{I}$  为单位矩阵,  $\boldsymbol{\xi}(k)=\begin{bmatrix} \mathbf{x}(k)-\hat{\mathbf{x}}(k|k-1) \\ \mathbf{r}(k) \end{bmatrix}$ , 并有:

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\Xi}(k) &= E[\boldsymbol{\xi}(k)\boldsymbol{\xi}^T(k)] \\ &= \begin{bmatrix} \mathbf{P}(k|k-1) & 0 \\ 0 & \mathbf{R}(k) \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \mathbf{S}_p(k|k-1)\mathbf{S}_p^T(k|k-1) & 0 \\ 0 & \mathbf{S}_R(k)\mathbf{S}_R^T(k) \end{bmatrix} \\ &= \mathbf{S}(k)\mathbf{S}^T(k) \end{aligned} \quad (23)$$

其中,  $\mathbf{S}$ ,  $\mathbf{S}_p$  和  $\mathbf{S}_R$  分别根据  $E[\boldsymbol{\xi}(k)\boldsymbol{\xi}^T(k)]$ ,  $\mathbf{P}(k)$  和  $\mathbf{R}(k)$  的 Cholesky 分解得到. 式(22)两边左乘以  $\mathbf{S}^{-1}(k)$ , 回归模型转化为:

$$\mathbf{D}(k)=\mathbf{W}(k)\mathbf{x}(k)+\mathbf{e}(k) \quad (24)$$

其中:

$$\mathbf{D}(k)=\mathbf{S}^{-1}(k)\begin{bmatrix} \hat{\mathbf{x}}(k|k-1) \\ \mathbf{y}(k)-\hat{\mathbf{y}}(k)+\mathbf{H}(k)\hat{\mathbf{x}}(k|k-1) \end{bmatrix} \quad (25)$$

$$\mathbf{W}(k)=\mathbf{S}^{-1}(k)\begin{bmatrix} \mathbf{I} \\ \mathbf{H}(k) \end{bmatrix} \quad (26)$$

$$\mathbf{e}(k) = \mathbf{S}^{-1}(k)\boldsymbol{\zeta}(k) \quad (27)$$

可以看出,经过系统重建后,  $\mathbf{e}(k)$  除了包含状态估计的误差信息,还包含了观测的误差信息,实际上是利用到系统的先验信息对系统起到软约束的作用.

### 2.2.3 最小模糊误差熵无迹滤波算法

基于最小模糊误差熵准则和系统重建得到的  $\mathbf{e}(k)$ , 可以构建如下损失函数:

$$J_L(\mathbf{x}(k)) = \frac{1}{L} \sum_{i=1}^L \mu_{ik}^p \sum_{j=1}^L G_\sigma(e_j(k) - e_i(k)) \quad (28)$$

其中,  $p \in [1, \infty]$  为加权指数,一般设为  $p=2$ ,  $\mu_{ik} \in [0, 1]$  为  $k$  时刻第  $i$  维的模糊隶属度,  $e_i(k) = d_i(k) - \mathbf{w}_i(k)\mathbf{x}(k)$ ,  $e_i(k)$  是  $\mathbf{e}(k)$  的第  $i$  个元素,  $d_i(k)$  是  $\mathbf{D}(k)$  的第  $i$  个元素,  $\mathbf{w}_i(k)$  是  $\mathbf{W}(k)$  的第  $i$  行元素. 则最优解为:

$$\hat{\mathbf{x}}(k) = \arg \max_{\mathbf{x}(k)} J_L(\mathbf{x}(k), \mu_{ik}) \quad (29)$$

且满足约束条件  $\sum_{i=1}^L \mu_i = 1, \mu_i \in [0, 1]$ . 通过拉格朗日数乘法构建如下式子进行求解:

$$T = \frac{1}{L} \sum_{i=1}^L \mu_{ik}^p \sum_{j=1}^L G_\sigma(e_j(k) - e_i(k)) + \lambda_k (1 - \sum_{i=1}^L \mu_{ik}) \quad (30)$$

则  $\mu_{ik}$  的最优解为:

$$\frac{\partial T}{\partial \lambda_k} = \left( 1 - \sum_{i=1}^L \mu_{ik} \right) = 0 \quad (31)$$

$$\frac{\partial T}{\partial \mu_{ik}} = [p\mu_{ik}^{p-1} \frac{1}{L} \sum_{j=1}^L G_\sigma(e_j(k) - e_i(k)) - \lambda_k] = 0 \quad (32)$$

由式(32)可得:

$$\mu_{ik} = \left( \frac{\lambda_k}{\frac{p}{L} \sum_{j=1}^L G_\sigma(e_j(k) - e_i(k))} \right)^{\frac{1}{p-1}} \quad (33)$$

结合式(31)和式(33)可得:

$$\left( \frac{\lambda_k}{\frac{p}{L}} \right)^{\frac{1}{p-1}} = \frac{1}{\sum_{i=1}^L \left[ \frac{1}{\sum_{j=1}^L G_\sigma(e_j(k) - e_i(k))} \right]^{\frac{1}{p-1}}} \quad (34)$$

再代入回式(33), 可得  $\mu_{ik}$  的最终最优解结果:

$$\mu_{ik} = \frac{1}{\sum_{n=1}^L \left[ \frac{\sum_{j=1}^L G_\sigma(e_j(k) - e_i(k))}{\sum_{n=1}^L G_\sigma(e_j(k) - e_h(k))} \right]^{\frac{1}{p-1}}} \quad (35)$$

对于  $\mathbf{x}(k)$ , 令:

$$\begin{aligned} \frac{\partial T}{\partial \mathbf{x}(k)} &= \frac{1}{L\sigma^2} \times \sum_{i=1}^L \mu_{ik}^p \\ &\times \sum_{j=1}^L ([e_j(k) - e_i(k)] G_\sigma[e_j(k) - e_i(k)] [\mathbf{w}_j(k) - \mathbf{w}_i(k)]) \\ &= \Gamma_1 - \Gamma_2 - \Gamma_3 + \Gamma_4 \\ &= 2\Gamma_1 - 2\Gamma_3 = 0 \end{aligned} \quad (36)$$

其中:

$$\begin{aligned} \Gamma_1 &= \frac{1}{L\sigma^2} \sum_{i=1}^L \mu_{ik}^p \sum_{j=1}^L e_j(k) G_\sigma(e_j(k) - e_i(k)) \mathbf{w}_j(k)^T, \\ \Gamma_2 &= \frac{1}{L\sigma^2} \sum_{i=1}^L \mu_{ik}^p \sum_{j=1}^L e_i(k) G_\sigma(e_j(k) - e_i(k)) \mathbf{w}_j(k)^T, \\ \Gamma_3 &= \frac{1}{L\sigma^2} \sum_{i=1}^L \mu_{ik}^p \sum_{j=1}^L e_j(k) G_\sigma(e_j(k) - e_i(k)) \mathbf{w}_i(k)^T, \\ \Gamma_4 &= \frac{1}{L\sigma^2} \sum_{i=1}^L \mu_{ik}^p \sum_{j=1}^L e_i(k) G_\sigma(e_j(k) - e_i(k)) \mathbf{w}_i(k)^T \end{aligned} \quad (37)$$

式(36)可改写为:

$$\Gamma_1 - \Gamma_3 = \frac{1}{L\sigma^2} \mathbf{W}(k)^T \boldsymbol{\Psi}(k) \mathbf{e}(k) - \frac{1}{L\sigma^2} \mathbf{W}(k)^T \boldsymbol{\Phi}(k) \mathbf{e}(k) = 0 \quad (38)$$

其中:

$$[\boldsymbol{\Phi}(k)]_{ij} = \mu_{ik}^p G_\sigma(e_j(k) - e_i(k)) \quad (39)$$

$\boldsymbol{\Psi}(k) =$

$$\text{diag} \left\{ \sum_{i=1}^L \mu_{ik}^p G_\sigma(e_1(k) - e_i(k)), \dots, \sum_{i=1}^L \mu_{ik}^p G_\sigma(e_L(k) - e_i(k)) \right\} \quad (40)$$

式(38)可通过定点迭代法<sup>[22]</sup>求解:

$$\hat{\mathbf{x}}(k) = \mathbf{g}(\hat{\mathbf{x}}(k)) = (\mathbf{W}(k)^T \mathbf{A}(k) \mathbf{W}(k) + \lambda \mathbf{I})^{-1} (\mathbf{W}(k)^T \mathbf{A}(k) \mathbf{D}(k)) \quad (41)$$

其中, 正则项  $\lambda \mathbf{I}$  的加入是为了避免矩阵求逆时的数值问题, 并有:

$$\mathbf{A}(k) = \boldsymbol{\Psi}(k) - \boldsymbol{\Phi}(k) = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_x(k) & \mathbf{A}_{yx}(k) \\ \mathbf{A}_{xy}(k) & \mathbf{A}_y(k) \end{bmatrix} \quad (42)$$

其中  $\mathbf{A}(k) \in \mathbb{R}^{L \times L}$ ,  $\mathbf{A}_x(k) \in \mathbb{R}^{n \times n}$ ,  $\mathbf{A}_y(k) \in \mathbb{R}^{m \times m}$ ,  $\mathbf{A}_{xy}(k) \in \mathbb{R}^{m \times n}$ ,  $\mathbf{A}_{yx}(k) \in \mathbb{R}^{n \times m}$ , 它们分别为:

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_x(k) &= (\mathbf{A}_{i,j}(k))_{n \times n} = (\boldsymbol{\Phi}_{i,j}(k))_{n \times n} - (\boldsymbol{\Psi}_{i,j}(k))_{n \times n} \\ &(i = 1, 2, \dots, n; j = 1, 2, \dots, n), \\ \mathbf{A}_{xy}(k) &= (\mathbf{A}_{i,j}(k))_{m \times n} = (\boldsymbol{\Phi}_{i,j}(k))_{m \times n} - (\boldsymbol{\Psi}_{i,j}(k))_{m \times n} \\ &(i = n+1, n+2, \dots, n+m; j = 1, 2, \dots, n), \\ \mathbf{A}_{yx}(k) &= (\mathbf{A}_{i,j}(k))_{n \times m} = (\boldsymbol{\Phi}_{i,j}(k))_{n \times m} - (\boldsymbol{\Psi}_{i,j}(k))_{n \times m} \\ &(i = 1, 2, \dots, n; j = n+1, n+2, \dots, n+m), \\ \mathbf{A}_y(k) &= (\mathbf{A}_{i,j}(k))_{m \times m} = (\boldsymbol{\Phi}_{i,j}(k))_{m \times m} - (\boldsymbol{\Psi}_{i,j}(k))_{m \times m} \\ &(i = n+1, n+2, \dots, n+m; j = n+1, n+2, \dots, n+m) \end{aligned} \quad (43)$$

联合式(25)、式(26)、式(42)可得:

$$\begin{aligned} (\mathbf{W}(k)^T \mathbf{A}(k) \mathbf{W}(k)) &= \left[ \mathbf{S}_p^{-1}(k|k-1)^T \mathbf{A}_x + \mathbf{H}^T \mathbf{S}_R^{-1}(k)^T \mathbf{A}_{xy} \right] \\ &\quad \times \mathbf{S}_p^{-1}(k|k-1) \\ &\quad + \left[ \mathbf{S}_p^{-1}(k|k-1)^T \mathbf{A}_{yx} + \mathbf{H}^T \mathbf{S}_R^{-1}(k)^T \mathbf{A}_y \right] \\ &\quad \times \mathbf{S}_R^{-1}(k) \mathbf{H} (\mathbf{W}(k)^T \mathbf{A}(k) \mathbf{D}(k)) \\ &= \left[ \mathbf{S}_p^{-1}(k|k-1)^T \mathbf{A}_x + \mathbf{H}^T \mathbf{S}_R^{-1}(k)^T \mathbf{A}_{xy} \right] \\ &\quad \times \mathbf{S}_p^{-1}(k|k-1) \hat{\mathbf{x}}(k|k-1) \\ &\quad + \left[ \mathbf{S}_p^{-1}(k|k-1)^T \mathbf{A}_{yx} + \mathbf{H}^T \mathbf{S}_R^{-1}(k)^T \mathbf{A}_y \right] \\ &\quad \times \mathbf{S}_R^{-1}(k) \mathbf{y}(k) \end{aligned} \quad (44)$$

则式(41)可重写为:

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{x}}(k) &= (\boldsymbol{\Omega}_1 + \boldsymbol{\Omega}_2 \boldsymbol{\Omega}_3 + \lambda \mathbf{I})^{-1} \times (\boldsymbol{\Omega}_1 \hat{\mathbf{x}}(k|k-1) + \boldsymbol{\Omega}_2 \mathbf{y}(k)) \\ &= (\boldsymbol{\Omega}_1 + \boldsymbol{\Omega}_2 \boldsymbol{\Omega}_3 + \lambda \mathbf{I})^{-1} \boldsymbol{\Omega}_1 \hat{\mathbf{x}}(k|k-1) \\ &\quad + (\boldsymbol{\Omega}_1 + \boldsymbol{\Omega}_2 \boldsymbol{\Omega}_3 + \lambda \mathbf{I})^{-1} \boldsymbol{\Omega}_2 \mathbf{y}(k) \end{aligned} \quad (45)$$

其中:

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\Omega}_1 &= \left[ \mathbf{S}_p^{-1}(k|k-1)^T \mathbf{A}_x + \mathbf{H}^T (k) \mathbf{S}_R^{-1}(k)^T \mathbf{A}_{xy} \right] \times \mathbf{S}_p^{-1}(k|k-1) \\ \boldsymbol{\Omega}_2 &= \left[ \mathbf{S}_p^{-1}(k|k-1)^T \mathbf{A}_{yx} + \mathbf{H}^T (k) \mathbf{S}_R^{-1}(k)^T \mathbf{A}_y \right] \times \mathbf{S}_R^{-1}(k) \\ \boldsymbol{\Omega}_3 &= \mathbf{H}(k) \end{aligned} \quad (46)$$

利用矩阵求逆引理将式(45)转换为:

$$\hat{\mathbf{x}}(k) = \hat{\mathbf{x}}(k|k-1) + \bar{\mathbf{K}}(k) (\mathbf{y}(k) - \mathbf{H} \hat{\mathbf{x}}(k|k-1)) \quad (47)$$

其中:

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{K}}(k) &= \left[ \bar{\mathbf{P}}(k|k-1) + \mathbf{H}^T \bar{\mathbf{P}}_{xy}(k|k-1) \right. \\ &\quad \left. + (\bar{\mathbf{P}}_{yx}(k|k-1) + \mathbf{H}^T \bar{\mathbf{R}}(k)) \mathbf{H} + \lambda \mathbf{I} \right]^{-1} \\ &\quad \times (\bar{\mathbf{P}}_{yx}(k|k-1) + \mathbf{H}^T \bar{\mathbf{R}}(k)) \\ \bar{\mathbf{P}}(k|k-1) &= \mathbf{S}_p^{-1}(k|k-1)^T \mathbf{A}_x(k) \times \mathbf{S}_p^{-1}(k|k-1) \\ \bar{\mathbf{P}}_{xy}(k|k-1) &= \mathbf{S}_R^{-1}(k)^T \mathbf{A}_{xy}(k) \times \mathbf{S}_p^{-1}(k|k-1) \\ \bar{\mathbf{P}}_{yx}(k|k-1) &= \mathbf{S}_p^{-1}(k|k-1)^T \mathbf{A}_{yx}(k) \times \mathbf{S}_R^{-1}(k) \\ \bar{\mathbf{R}}(k) &= \mathbf{S}_R^{-1}(k)^T \mathbf{A}_y(k) \mathbf{S}_R^{-1}(k) \end{aligned} \quad (48)$$

并有后验协方差更新如式(49):

$$\begin{aligned} \mathbf{P}(k) &= [\mathbf{I} - \bar{\mathbf{K}}(k) \mathbf{H}] \mathbf{P}(k|k-1) \\ &\quad \times [\mathbf{I} - \bar{\mathbf{K}}(k) \mathbf{H}]^T + \bar{\mathbf{K}}(k) \mathbf{R}(k) \bar{\mathbf{K}}(k)^T \end{aligned} \quad (49)$$

## 2.2.4 算法总结

算法总结如算法1.

### 算法1 最小模糊误差熵无迹滤波(MFEE-UF)

输入:权重指数  $p$ ,核宽  $\sigma$ ,定点迭代停止阈值  $\varepsilon$ ,初始值  $\hat{\mathbf{x}}(0|0)$  和  $\mathbf{P}(0|0)$ ,  $k=0, t=0$ .

FOR  $k=1, 2, \dots$

根据式(13)和(14)分别计算  $\hat{\mathbf{x}}(k|k-1)$  和  $\mathbf{P}_{xx}(k|k-1)$ ;根据 Cholesky 分解计算  $\mathbf{S}_p(k|k-1)$  和  $\mathbf{S}_r(k)$ ;根据式(15)~(17)计算  $\hat{\mathbf{y}}(k)$ ,并根据式(14)、式(19)~(21)构建线性回归模型.

令  $\hat{\mathbf{x}}(k|k)_0 = \hat{\mathbf{x}}(k|k-1)$

DO  $t=t+1$

根据下列式子计算  $\hat{\mathbf{x}}(k|k)$ ,

$$\hat{\mathbf{x}}(k|k)_t = \hat{\mathbf{x}}(k|k-1) + \bar{\mathbf{K}}(k) (\mathbf{y}(k) - \mathbf{H} \hat{\mathbf{x}}(k|k-1)) \quad (50)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{K}(k) &= \left[ \mathbf{P}(k|k-1) + \mathbf{H}^T(k) \times \mathbf{P}_{xy}(k|k-1) \right. \\ &\quad \left. + (\mathbf{P}_{yx}(k|k-1) + \mathbf{H}^T(k) \mathbf{R}(k)) \times \mathbf{H}(k) + \lambda \mathbf{I} \right]^{-1} \\ &\quad \times (\mathbf{P}_{yx}(k|k-1) + \mathbf{H}^T(k) \mathbf{R}(k)) \end{aligned} \quad (51)$$

$$\mathbf{P}(k|k-1) = \mathbf{S}_p^{-1}(k|k-1)^T \mathbf{A}_x(k) \times \mathbf{S}_p^{-1}(k|k-1) \quad (52)$$

$$\mathbf{P}_{xy}(k|k-1) = \mathbf{S}_R^{-1}(k)^T \tilde{\mathbf{A}}_{xy}(k) \times \mathbf{S}_p^{-1}(k|k-1) \quad (53)$$

$$\mathbf{P}_{yx}(k|k-1) = \mathbf{S}_p^{-1}(k|k-1)^T \mathbf{A}_{yx}(k) \mathbf{S}_R^{-1}(k) \quad (54)$$

$$\mathbf{A}(k) = \tilde{\Psi}(k) - \Phi(k) = \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{A}}_x(k) & \mathbf{A}_{yx}(k) \\ \mathbf{A}_{xy}(k) & \mathbf{A}_y(k) \end{bmatrix} \quad (55)$$

$$\tilde{\mu}_{ik} = \frac{1}{\sum_{j=1}^I \left( \frac{G_\sigma(e_j(k) - e_i(k))}{\sum_{n=1}^I G_\sigma(e_j(k) - e_n(k))} \right)^{\frac{1}{p-1}}} \quad (56)$$

$$\tilde{e}_i(k) = d_i(k) - \mathbf{w}_i(k) \hat{\mathbf{x}}(k|k)_{t-1} \quad (57)$$

UNTIL

$$\frac{\|\hat{\mathbf{x}}(k|k)_t - \hat{\mathbf{x}}(k|k)_{t-1}\|}{\|\hat{\mathbf{x}}(k|k)_{t-1}\|} \leq \varepsilon \quad (58)$$

输出:

$$\hat{\mathbf{x}}(k|k) = \hat{\mathbf{x}}(k|k)_t \quad (59)$$

$$\mathbf{P}(k) = [\mathbf{I} - \bar{\mathbf{K}}(k) \mathbf{H}] \times \mathbf{P}(k|k-1) [\mathbf{I} - \bar{\mathbf{K}}(k) \mathbf{H}]^T + \bar{\mathbf{K}}(k) \mathbf{R}(k) \bar{\mathbf{K}}(k)^T \quad (60)$$

## 3 实验结果及分析

在下述三个实验中,将会采用平方根误差(Root Mean Square Error, RMSE)作为滤波器的性能指数,定义如下:

$$\text{RMSE} = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M \sqrt{\frac{1}{K} \sum_{k=1}^K (x_k - \hat{x}_k)^2} \quad (61)$$

其中,  $M$  表示蒙特卡洛运行次数,  $K$  为采样点数.

### 3.1 参数设置

核宽  $\sigma$  的设置会对 MFEE-UF 的性能产生重大影响. 考虑到噪声的复杂性和随机性会对每一维度的  $(e_j - e_i)$  造成不同的影响,每一维度的核宽也应该是不

同的. 综上所述,核宽的设置应针对每一维度自适应地选取合适的大小. 参考文献[23]对交叉熵的核宽设置思路,在此基础上针对误差熵作出改进,本文对MFEE的核宽设置如下:

$$\sigma_{ij}^2 = \max((e_j - e_i)^2 / 2, \sigma^2) \quad (62)$$

其中,  $\sigma_{ij}$  是  $(e_j - e_i)$  的核宽,  $e_i$  和  $e_j$  分别为第  $i$  行误差和第  $j$  行误差,  $\sigma$  是预设核宽.

### 3.2 实验 1: 单变量非平稳增长模型

实验 1 采用单变量非平稳增长模型 (Univariate Nonstationary Growth Model, UNGM) 进行仿真实验, 该模型通常用于对非线性滤波器性能进行验证, 其状态方程和观测方程如下:

$$x_k = 0.5x_{k-1} + 25 \frac{x_{k-1}}{1 + x_{k-1}^2} + 8\cos(0.2(k-1)) + q_{k-1} \quad (63)$$

$$y_k = \frac{x_k^2}{20} + r_k \quad (64)$$

本次实验进行 100 次蒙特卡洛运行, 每次运行采样点数  $K$  为 500, 定点迭代停止阈值  $\varepsilon$  设置为  $10^{-6}$ . 实验分别在脉冲非高斯噪声环境和复杂非高斯噪声环境下进行, 脉冲非高斯噪声环境下的过程噪声和观测噪声设置如下:

$$\begin{aligned} q(k-1) &\sim 0.9N(0, 1) + 0.1N(0, 40) \\ r(k) &\sim 0.9N(0, 1) + 0.1N(0, 100) \end{aligned} \quad (65)$$

复杂非高斯噪声环境下的过程噪声和观测噪声设置如下:

$$\begin{aligned} q(k-1) &\sim 0.8N(-1, 1) + 0.2N(1, 40) \\ r(k) &\sim 0.8N(-1, 1) + 0.2N(1, 100) \end{aligned} \quad (66)$$

表 1 和表 2 分别对比了两种不同非高斯噪声状况下的滤波器估计误差, 可以看出, 在第一种脉冲非高斯情况下 MCC 系列滤波器和 MEE 系列滤波器表现均优于 UKF, 这是因为 UKF 基于的 MMSE 准则只利用到二阶信息, 而 MCC 和 MEEC 均利用到高阶信息, 能够更有效处理非高斯噪声信号; 而在第二种复杂非高斯噪声情况下, MCC 系列滤波器的表现则有所退化, 不及 UKF, 而 MEEC 系列滤波器依然表现最好, 说明误差熵能够良好应对不同情况的非高斯噪声; 并且, 在 MEEC 系列滤波器中, MFEE-UF 表现优于 MEEUF, 说明模糊误差熵能够改善普通误差熵存在的问题, 进一步提高估计准确度. 表中也对比了不同方法所用耗时, 可以看出 MFEE-UF 耗时比其它方法明显更长, 说明该方法实时性较差. 表 3 对比了两种噪声情况下不同核宽设置对于 MFEE-UF 的影响, 可以看出核宽大小对于该滤波器的估计准确度有着关键影响, 采用自适应的核宽设置能大大提高滤波器的准确性.

### 3.3 实验 2: 纯方位机动目标跟踪

实验 2 采用纯方位机动目标跟踪仿真数据对滤波

表 1 脉冲非高斯噪声下的均方根误差、方差及耗时对比

滤波器	RMSE	方差	时间/s
UKF	14.978	621.701	0.155 9
MCUF	7.154	375.636	0.167 0
MFC-UF	6.684	171.389	0.246 7
MEEUF	5.742	91.634	0.205 7
MFEE-UF	4.881	38.422	1.431 0

表 2 复杂非高斯噪声下的均方根误差、方差及耗时对比

滤波器	RMSE	方差	时间/s
UKF	9.484 0	93.660	0.166
MCUF	9.723 8	526.220	0.185
MFC-UF	9.889 5	583.573	0.220
MEEUF	7.573 0	60.253	0.217
MFEE-UF	6.844 7	45.970	1.443

表 3 采用不同核宽设置的 MFEE-UF 均方根误差、方差及耗时对比

噪声	滤波器	RMSE	方差	时间/s
脉冲非高斯噪声	MFEE-UF(自适应)	4.881	38.422	1.431
	MFEE-UF( $\sigma=3$ )	7.558	45.758	1.479
	MFEE-UF( $\sigma=2$ )	7.154	44.093	1.467
	MFEE-UF( $\sigma=1$ )	6.763	43.616	1.487
	MFEE-UF( $\sigma=0.5$ )	7.588	45.147	1.473
复杂非高斯噪声	MFEE-UF(自适应)	6.845	45.970	1.443
	MFEE-UF( $\sigma=3$ )	7.740	44.496	1.455
	MFEE-UF( $\sigma=2$ )	8.100	45.177	1.480
	MFEE-UF( $\sigma=1$ )	8.592	47.564	1.424
	MFEE-UF( $\sigma=0.5$ )	9.139	49.505	1.422

器性能进行验证,  $S_i$  表示观测站的位置, 两个观测站  $S_1$  和  $S_2$  分别位于  $(0, 5 \text{ km}, 0)$  和  $(0, -5 \text{ km}, 0)$ , 目标初始位于  $(1 \text{ km}, 6 \text{ km}, 1 \text{ km})$ .

目标运动轨迹分为以下五个阶段:

(1) 匀速直线运动. 各方向速度分别为  $V_x=0.3 \text{ km/s}$ ,  $V_y=0$ ,  $V_z=0$ , 运动时间为 15 s.

(2) 匀速直线运动. 各方向速度分别为  $V_x=0.3\cos60^\circ \text{ km/s}$ ,  $V_y=0.3\sin60^\circ \text{ km/s}$ ,  $V_z=0$ , 运动时间为 10 s.

(3) 匀速转弯运动. 转弯半径为  $R=9/\pi \text{ km}$ , 转弯中心的坐标为  $(x_1 + R\cos30^\circ, y_1 - R\sin30^\circ)$ , 其中  $x_1$  和  $y_1$  为上一阶段结束时的坐标, 每一采样点的转弯角度为  $6^\circ$ , 运动时间为 20 s.

(4) 匀速转弯运动. 转弯半径为  $R=9/\pi \text{ km}$ , 转弯中心的坐标为  $(x_2 + R\cos30^\circ, y_2 + R\sin30^\circ)$ , 其中  $x_2$  和  $y_2$  为上一阶段结束时的坐标, 每一采样点的转弯角度为  $6^\circ$ , 运动时间为 20 s.

(5) 匀减速直线运动. 各方向速度分别为  $V_x=0.3 \text{ km/s}$ ,  $V_y=0$ ,  $V_z=0$ ,  $x$  轴方向加速度为  $-0.01 \text{ km/s}^2$ , 运行时间为 15 s.

采用的跟踪模型如下所示:

$$\mathbf{x}_k = \begin{bmatrix} 1 & T & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & T \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{x}_{k-1} + \begin{bmatrix} T & 0 \\ T^2/2 & 0 \\ 0 & T^2/2 \\ 0 & T \end{bmatrix} \mathbf{v}_{k-1} \quad (67)$$

$$\mathbf{y}_k = \mathbf{h}(\mathbf{x}_k) + \mathbf{e}_k \quad (68)$$

$$\mathbf{h}(\mathbf{x}_k) = \begin{pmatrix} \theta_i \\ \beta_i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \arctan\left(\frac{y_k - S_{i,y}}{x_k - S_{i,x}}\right) \\ \arctan\left(\frac{z_k - S_{i,z}}{\sqrt{(x_k - S_{i,x})^2 + (y_k - S_{i,y})^2}}\right) \end{pmatrix} \quad (69)$$

其中,  $\mathbf{x}_k = (x_k, \dot{x}_k, y_k, \dot{y}_k, z_k, \dot{z}_k)$  为状态向量,  $x_k, y_k, z_k$  表示目标  $k$  时刻的位置,  $\dot{x}_k, \dot{y}_k, \dot{z}_k$  分别表示目标在  $k$  时刻在三个不同维度方向上的速度, 过程噪声和观测噪声分别满足  $\mathbf{v}_{k-1} \sim N(0, \mathbf{Q})$  及  $\mathbf{e}_k \sim (0, \mathbf{R})$ . 本次实验将进行 100 次蒙特卡洛运行, 每次采样点数设置为  $K=80$ , MCC 系列和 MEEC 系列的滤波器的定点迭代停止阈值  $\varepsilon$  设置为  $10^{-6}$ . 并设置两种基本噪声情况如下式和表 4 所示:

$$\mathbf{Q} = \text{diag}([\delta_q^2 \ \delta_q^2]) \quad (70)$$

$$\mathbf{R} = \text{diag}([\delta_r^2 \ \delta_r^2])$$

表 4 噪声情况设置

噪声情况	$\delta_q$	$\delta_r$
噪声 1	0.01	0.001
噪声 2	0.01	0.01

图 1 展示的是真实目标轨迹, 图 2 展示了 5 种滤波器的跟踪轨迹, 图 3 和图 4 分别展现了噪声 1 情况下和噪声 2 情况下的不同滤波器的均方根误差对比情况, 可以看出, 对于目标位置而言,  $Y$  方向上的均方根误差最大, 对总体的位置均方根误差造成较大影响, 而对于目标速度,  $X$  方向上的均方根误差最大.

表 5 和表 6 分别对比了不同噪声情况下不同滤波器对于目标位置的跟踪和目标速度估计的误差. 结合图 3、图 4 和表 5 可以看出, 在不同噪声情况下, 对于目标位置的跟踪而言, MEEC 系列的滤波器表现均优于其它滤波器. 而从表 6 可以看出, MEEC 系列的滤波器在噪声 1 情况下对于速度的状态估计准确性较其它方法有所下降, 但在较大的噪声 2 情况中, MFEE-UF 对速度的估计结果准确性最高.

为了进一步揭示和分析本文提出算法的性能, 接下来的实验分别在固定过程噪声为  $\delta_q^2 = 0.01$  的情况下变化观测噪声, 及固定观测噪声为  $\delta_r^2 = 0.01$  的情况下变化过程噪声. 结合表 7 和图 3、图 5 可以看出, 固定过程噪声时, 随着观测噪声的增大, 所有滤波器的误差都

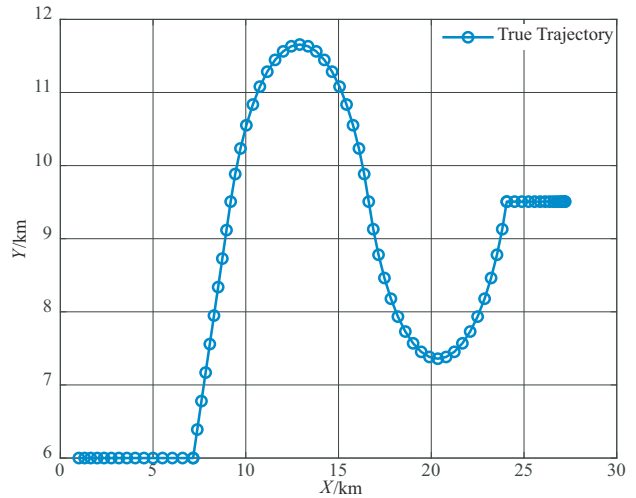


图 1 真实轨迹

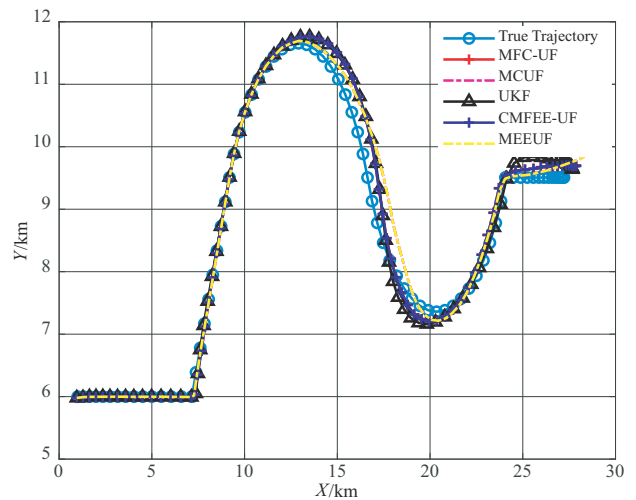


图 2 噪声 1 下的估计轨迹

在增大, 其中 MEEC 系列滤波器误差增加幅度相对最小, 说明该系列滤波器能够更好应对观测噪声较大的情况; 另外, 在观测噪声较小时, MFEE-UF 效果弱于 MEE-UF, 而在观测噪声增大后, 才表现出更高的估计精度, 说明权值的计算会受误差大小的影响. 而固定观测噪声时, 从表 8 可以看出, 随着过程噪声的增大, 所有滤波器的误差都在减小, 说明三类滤波器都能有效处理高度非线性系统; 并且 MEEC 系列滤波器在不同的过程噪声情况下的估计精度都高于其它两类滤波器, 且误差数值浮动不大, 保持稳定, 表现出强于其它两类滤波器的鲁棒性; 其中 MFEE-UF 估计误差一直保持最小, 说明利用模糊隶属度改进 MEE 权重计算后 MFEE 的优越性.

### 3.4 实验 3: 实测机动目标跟踪

实验 3 采用真实的雷达轨迹数据集对本文所提算法进行验证. 该数据集包含 40 个航线轨迹数据, 飞行时间为 119 s, 采样间隔  $T = t(k+1) - t(k)$  会因轨迹数据的

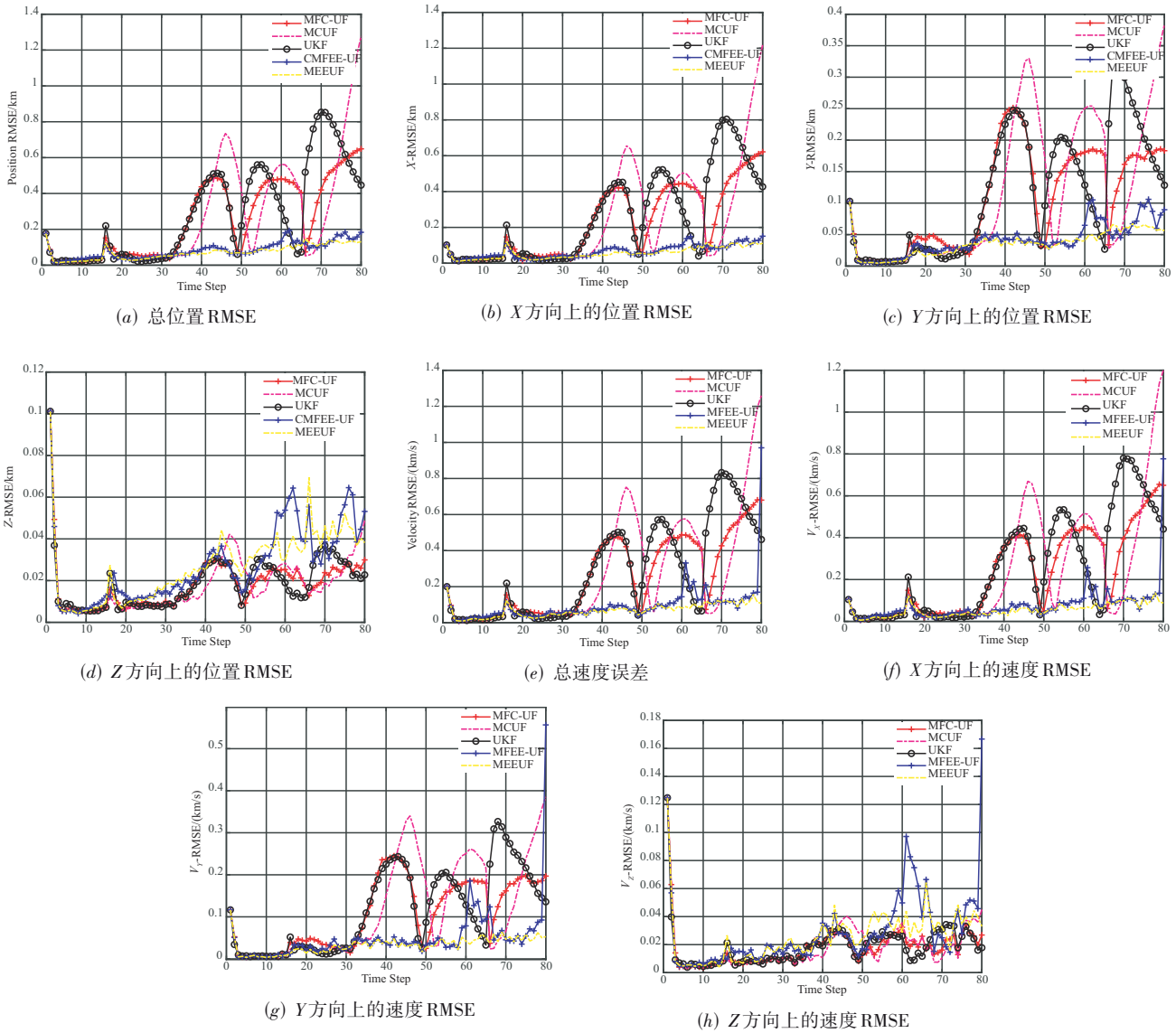


图3 噪声1下的RMSE(MFC-UF, MCUF, UKF, MFEE-UF, MEEUF)

表5 不同噪声下的总位置RMSE 单位: km

观测噪声	UKF	MCUF	MFC-UF	MEEUF	MFEE-UF
噪声1	0.281	0.263	0.259	0.066	0.073
噪声2	1.804	1.295	1.358	0.601	0.499

表6 不同噪声下的总速度RMSE 单位: km/s

观测噪声	UKF	MCUF	MFC-UF	MEEUF	MFEE-UF
噪声1	0.281	0.192	0.164	0.164	0.178
噪声2	0.220	0.237	0.221	0.265	0.203

表7 不同观测噪声下的总位置RMSE 单位: km

观测噪声	UKF	MCUF	MFC-UF	MEEUF	MFEE-UF
0.001 <sup>2</sup>	0.281	0.263	0.259	0.066	0.073
0.005 <sup>2</sup>	0.934	1.019	0.871	0.315	0.296
0.01 <sup>2</sup>	1.804	1.295	1.358	0.601	0.499

表8 不同过程噪声下的总位置(RMSE) 单位: km

观测噪声	UKF	MCUF	MFC-UF	MEEUF	MFEE-UF
0.001 <sup>2</sup>	1.932	2.2080	1.715	0.611	0.504
0.01 <sup>2</sup>	1.804	1.295	1.358	0.601	0.499
0.05 <sup>2</sup>	0.771	0.646	0.606	0.581	0.451

变化而浮动,其中  $t(k)$  和  $t(k+1)$  分别表示第  $k$  次和第  $k+1$  次的采样时刻,跟踪模型与其它参数设置与实验2相同,噪声设置如下:

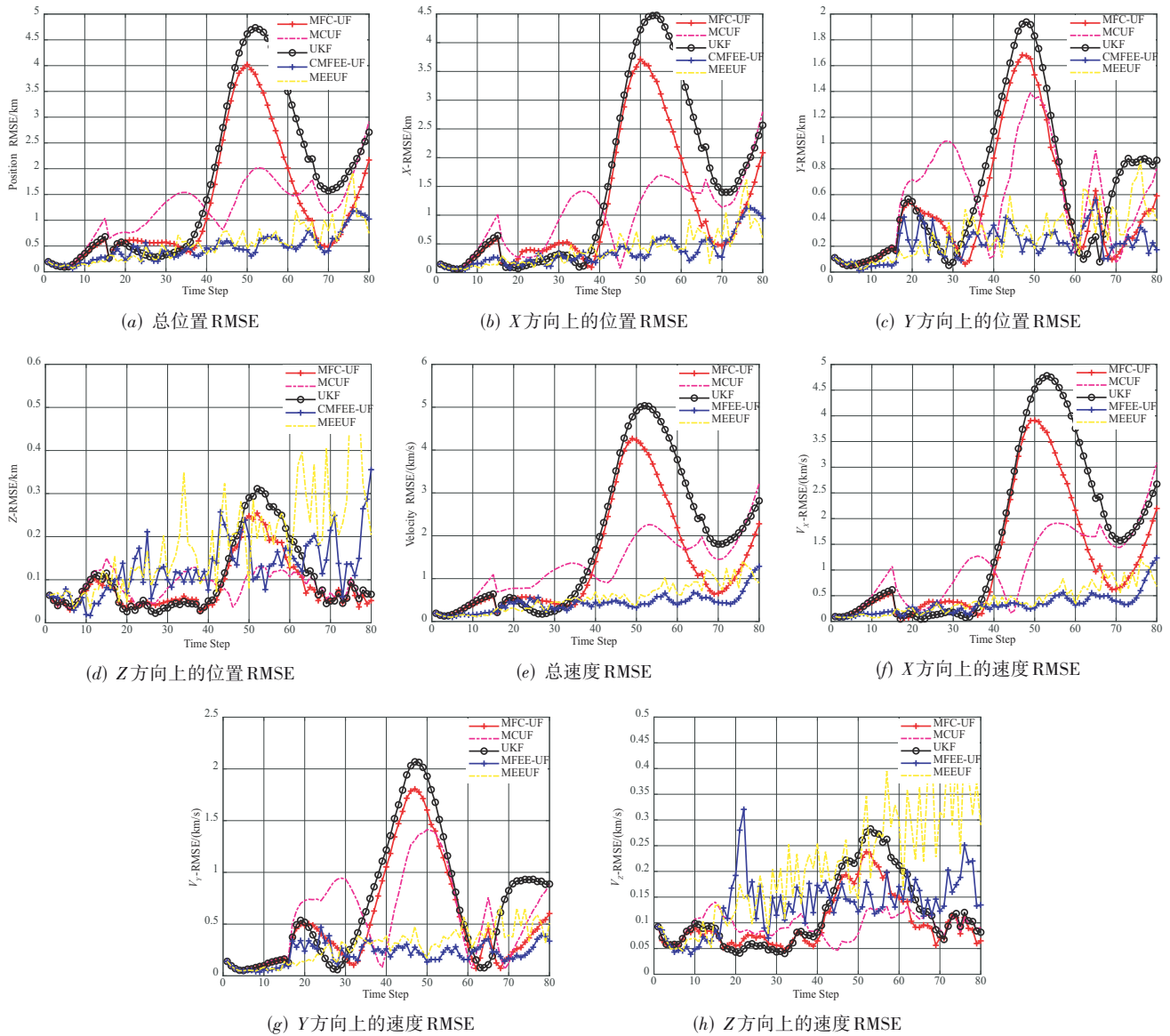


图4 噪声2下的RMSE(MFC-UF, MCUF, UKF, MFEE-UF, MEEUF)

$$\begin{aligned} Q &= \text{diag}([0.01^2 \ 0.01^2]) \\ R &= \text{diag}([0.01^2 \ 0.01^2]) \end{aligned} \quad (71)$$

图5展示了目标的真实轨迹,图6展示了UKF、MEEUF以及MFEE-UF三种滤波器的目标跟踪轨迹,图7对比了三种滤波器的均方根误差.

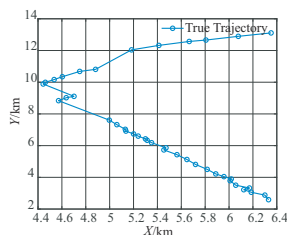


图5 真实轨迹

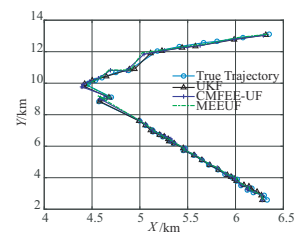


图6 估计轨迹

结合表9可以看出, MFEE-UF能更好地跟踪目标, 总的位置估计误差受Y方向上的估计误差影响较大, 其次是X方向上的估计误差. 总体上MFEE-UF表现最好, 估计误差最小, 说明MFEE-UF能够改善MCC和MEEC中存在的不足, 进一步提高估计性能.

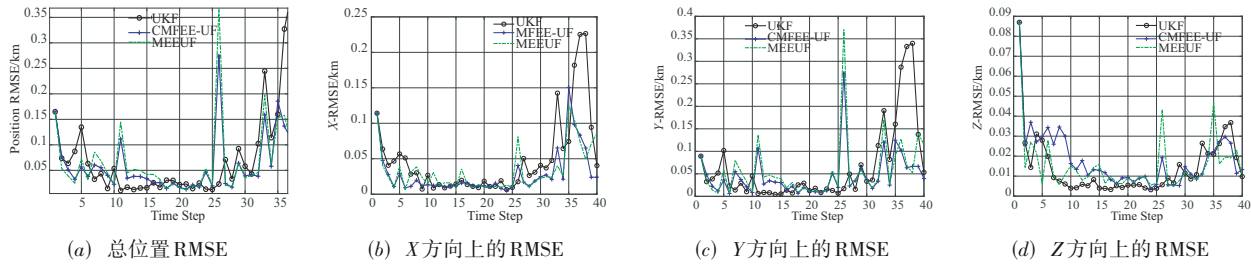


图7 RMSE(UKF, MFEE-UF, MEEUF)

表9 均方根误差 (RMSE) 单位: km

UKF	MCUF	MFC-UF	MEEUF	MFEE-UF
0.083 3	0.076 7	0.087 7	0.073 2	0.064 8

#### 4 结论

本文提出了最小模糊误差熵无迹滤波. 为改善MEE中的权重计算问题, 本文通过引入模糊隶属度来根据不同的误差样本情况自适应地调整权重, 由此构建MFEEC, 并在此基础上推导出MFEE-UF, 在复杂非高斯噪声信号下的非线性系统表现出良好的估计性能. 并采用一种自适应方法去调整核宽, 进一步提高本文所提方法的估计性能. 然而, 在噪声较小的情况下, 权重自适应计算的表现有所退化, 影响到算法的估计效果, 在小噪声情况下如何改善权重计算有待解决. 另外, 本文所提算法耗时较长, 实时性较差, 如何提高算法速度也是未来研究目标之一.

#### 参考文献

- [1] WANG J, ZHANG T, XU X, et al. A variational Bayesian based strong tracking interpolatory cubature Kalman filter for maneuvering target tracking[J]. IEEE Access, 2018, 6: 52544-52560.
- [2] NGUYEN N H, DOĞANÇAY K. Improved pseudolinear Kalman filter algorithms for bearings-only target tracking [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2017, 65(23): 6119-6134.
- [3] DEMİRBAŞ K. Oba filter for online-adaptive nonlinear state estimation with interference[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2019, 55(3): 1347-1356.
- [4] BOUDREAU D, KABAL P. Joint gradient-based time-delay estimation and adaptive minimum mean-squared-error filtering[J]. Canadian Journal of Electrical and Computer Engineering, 1993, 18(1): 27-35.
- [5] MADHUKAR P S, PRASAD L B. State estimation using extended Kalman filter and unscented Kalman filter[C]// 2020 International Conference on Emerging Trends in

Communication, Control and Computing (ICONC3). IEEE, 2020: 1-4.

- [6] HUANG Y L, ZHANG Y G, XU B, et al. A new adaptive extended Kalman filter for cooperative localization[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2018, 54(1): 353-368.
- [7] JULIER S, UHLMANN J, DURRANT-WHYTE H F. A new method for the nonlinear transformation of means and covariances in filters and estimators[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2000, 45(3): 477-482.
- [8] LIU S, WANG Z D, CHEN Y, et al. Protocol-based unscented Kalman filtering in the presence of stochastic uncertainties[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2020, 65(3): 1303-1309.
- [9] CHANG L, HU B, CHANG G, et al. Huber-based novel robust unscented Kalman filter[J]. IET Science, Measurement & Technology, 2012, 6(6): 502-509.
- [10] ZHAO S L, CHEN B D, PRÍNCIPE J C. Kernel adaptive filtering with maximum correntropy criterion[C]//The 2011 International Joint Conference on Neural Networks. Piscataway: IEEE, 2011: 2012-2017.
- [11] LIU X, CHEN B D, XU B, et al. Maximum correntropy unscented filter[J]. International Journal of Systems Science, 2017, 48(8): 1607-1615.
- [12] CHEN B D, ZHU P P, PRINCIPE J C. Survival information potential: A new criterion for adaptive system training[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2012, 60(3): 1184-1194.
- [13] CHEN B D, XING L, XU B, et al. Insights into the robustness of minimum error entropy estimation[J]. IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems, 2018, 29(3): 731-737.
- [14] CHEN B D, DANG L J, GU Y T, et al. Minimum error entropy Kalman filter[J]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems, 2021, 51(9): 5819-5829.
- [15] DANG L J, CHEN B D, WANG S Y, et al. Robust power system state estimation with minimum error entropy un-

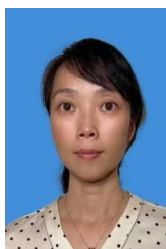
scented Kalman filter[J]. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 2020, 69(11): 8797-8808.

- [16] LI Z W, ZHANG P F, GE X, et al. Uncertainty measurement for a fuzzy relation information system[J]. IEEE Transactions on Fuzzy Systems, 2019, 27(12): 2338-2352.
- [17] CHEN G R, XIE Q X, SHIEH L S. Fuzzy Kalman filtering[J]. Information Sciences, 1998, 109(1/2/3/4): 197-209.
- [18] ZHANG J G, JI H B. A novel multitarget tracking algorithm based on fuzzy clustering technique and Gaussian particle filter[C]//2009 International Conference on Information Engineering and Computer Science. Piscataway: IEEE, 2009: 1-4.
- [19] LI L Q, SUN Y C, LIU Z X. Maximum fuzzy correntropy Kalman filter and its application to bearings-only maneuvering target tracking[J]. International Journal of Fuzzy Systems, 2021, 23(2): 405-418.
- [20] CHEN B D, YUAN Z J, ZHENG N N, et al. Kernel minimum error entropy algorithm[J]. Neurocomputing, 2013, 121: 160-169.
- [21] LI L Q, WANG X L, XIE W X, et al. A novel recursive T-S fuzzy semantic modeling approach for discrete state-space systems[J]. Neurocomputing, 2019, 340: 222-232.
- [22] ZHANG Y, CHEN B D, LIU X, et al. Convergence of a fixed-point minimum error entropy algorithm[J]. Entropy, 2015, 17(12): 5549-5560.
- [23] WANG W H, ZHAO J H, QU H, et al. A switch kernel width method of correntropy for channel estimation[C]//2015 International Joint Conference on Neural Networks (IJCNN). Piscataway: IEEE, 2015: 1-7.



**李良群** 男, 1979 年出生于湖南省邵阳市, 2007 年毕业于西安电子科技大学, 获博士学位. 现为深圳大学信息工程学院教师, 主要研究方向为多传感器信息融合、多目标跟踪.

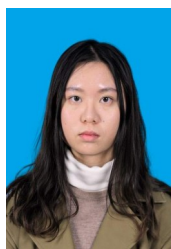
E-mail: lqli@szu.edu.cn



**康莉(通讯作者)** 女, 1977 年出生于贵州省遵义市, 2008 年毕业于西安电子科技大学, 获博士学位. 目前为深圳大学电子与信息工程学院教师, 研究方向包括目标检测、目标跟踪、智能信息处理等.

E-mail: kangli@szu.edu.cn

## 作者简介



**陈咏茵** 女, 1997 年 9 月出生于广东省深圳市. 现为深圳大学硕士研究生, 从事目标跟踪方面的研究工作.

E-mail: chenyya0917@163.com



**刘全仲** 男, 教授级高工, 2006 年毕业于国防科技大学西安通信学院信息工程专业. 主要研究方向为“PKS”技术体系的自主安全计算机技术.

E-mail: liuquanzhong@greatwall.com.cn